BALANCE DE ENERGÍA EN SISTEMAS DE SUMINISTRO DE AGUA CALIENTE PARA DUCHAS DE SEGURIDAD

Javier Sánchez Laínez[1]*

Sistemiza Fluid Handling
ETOPIA – La Terminal
Avenida Cuidad de Soria, 8, planta 3ª, A04
5003 Zaragoza

Email: javier.sanchez@sistemiza.com

INTRODUCCIÓN

Las duchas de seguridad son una parte esencial de los planes de respuesta de emergencia tanto en entornos industriales como en laboratorios. Estas duchas están diseñadas para lavar sustancias peligrosas del cuerpo tras una exposición accidental a las misma.

La temperatura de suministro del agua de las duchas de emergencia debe ser tibia, evitando extremos de calor o frío. El agua a más de 38 °C aumenta el riesgo de quemaduras, lo que puede además facilitar la absorción de productos químicos nocivos a través de la piel. Por otro lado, el agua a menos de 16 °C puede provocar shock térmico o hipotermia ante una exposición prolongada. En conclusión, el agua extremadamente caliente o fría podría disuadir a las personas de usar la ducha durante los 15 minutos recomendados necesarios para una descontaminación efectiva.

De hecho, las normas EN 15154-1 y EN 15154-5 aconsejan mantener la temperatura del agua entre 15 °C y 37 °C, con un rango ideal especificado de 20 °C a 25 °C.

Vistos estos rangos, queda claro que es necesario suministrar el agua a las duchas a una temperatura que por lo general es superior a la del agua de red. Una solución efectiva para ello puede ser la de instalar en planta un tanque calefactado mediante una resistencia eléctrica para elevar la temperatura del agua a los 20-25 °C recomendados por la norma. El diseño y cálculo de este sistema calefactado es fundamental para asegurar el tamaño correcto de la resistencia eléctrica que permitirá suministrar el agua a la temperatura adecuada. Esto pasa por realizar paso a paso un correcto balance de energía al sistema.

Es relativamente común encontrar en la literatura cálculos para sistemas en continuo que trabajan con una entrada y una salida, manteniendo un volumen constante en el depósito. Pero ¿qué ocurre cuando aumentamos el número de entradas al sistema? ¿Y si además el volumen de agua en el tanque cambia con el tiempo? El modelo matemático se complica algo, pero no por ello es imposible de resolver. Desde SISTEMIZA somos expertos en el manejo de fluidos y te enseñamos paso a paso cómo hacerlo.

CASO DE ESTUDIO

Supongamos que tenemos que calcular un tanque calefactado como el que se ilustra en la ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.. Se trata de un depósito con un volumen útil de 3000 L desde que se deben suministrar 17 m^3/h de agua a 22 °C durante al menos los 15 min que debe durar el servicio de una ducha de seguridad. Mientras se suministra agua a la ducha, el tanque se rellena con dos corrientes de agua de 8 y 9 m^3/h, que entran a 15 y 5 °C, respectivamente. Como vemos, es un depósito que va a trabajar a volumen constante, dado que la suma de caudales de entrada iguala al de salida, esto es, 17 m^3/h. Para garantizar su correcta operación necesitamos definir el tamaño de la resistencia eléctrica que debe instalarse en él.

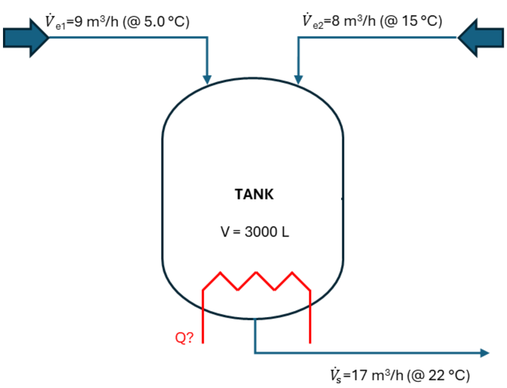


Figura 1. Esquema de operación de un tanque calefactado operando a volumen constante.

Para realizar nuestro cálculo, vamos a suponer que partimos del tanque lleno de agua y lista ya a 22 °C porque la resistencia ha estado trabajando mientras la ducha estaba cerrada.

Lo primero que tenemos que hacer es un balance de energía en estado transitorio al sistema, considerando los aportes de calor mediante el agua que entra y sale del sistema con una entalpía determinada y el calor suministrado al volumen de agua contenido en el tanque por la resistencia.

Esto será igual al cambio en la energía interna del sistema, tal y como muestra la Ecuación 1:

$$\dot{m}_{e1}h_{e1} + \dot{m}_{e2}h_{e2} - \dot{m}_s h_s + \dot{q} = \frac{du}{dt} \qquad \text{(Ec. 1)}$$

donde:

$\dot{m}_e$ es el caudal másico de entrada en kg/s

$\dot{m}_{es}$ es el caudal másico de salida en kg/s

h_e es la entalpía del fluido de entrada en kJ/kg

h_s es la entalpía del fluido en la salida en kJ/kg

$\dot{q}$ es el flujo de calor suministrado por la resistencia eléctrica en kW

u es la energía interna del agua en el interior del tanque en kJ

La entalpía puede representarse como el producto del calor específico del agua a presión constante y su diferencia de temperatura con una temperatura de referencia ($h=c_P\,(T-T_{ref})$). Del mismo modo, la energía interna se puede expresar como una función del calor específico del agua a volumen constante y la diferencia de temperatura con una temperatura de referencia ($u=c_V\,(T-T_{ref})$). Además, el caudal másico se puede calcular como el producto del caudal volumétrico de agua y su densidad.

De esta manera, la Ecuación 1 puede reescribirse en la siguiente Ecuación 2:

$$\rho \cdot \dot{V}_{e1} \cdot c_P\left(T_e - T_{ref}\right) + \rho \cdot \dot{V}_{e2} \cdot c_P\left(T_e - T_{ref}\right) - \rho \cdot \dot{V}_s \cdot c_P\left(T_s - T_{ref}\right) + \dot{q} = \frac{d}{dt}\left[\rho \cdot V \cdot c_v \cdot \left(T_s - T_{ref}\right)\right] \qquad \text{(Ec. 2)}$$

donde:

$\dot{V}$ es el caudal volumétrico de agua a la entrada y salida en m^3/s

c_P es calor específico del agua a presión constante (4.18 kJ/kg·K), que se considerará constante en todo el rango de temperaturas para simplificar el cálculo,

c_V es calor específico del agua a volumen constante (4.16 kJ/kg·K), que de nuevo se considerará constante en todo el rango de temperaturas para simplificar el cálculo,

T_{e1}, T_{e2} y T_s es la temperatura del fluido en las entradas y salidas del sistema en K, respectivamente. Se asume condición de mezcla perfecta en el tanque, por lo que la temperatura del flujo de salida es la misma que la temperatura en el interior del tanque.

ρ es la densidad del agua (1000 kg/m³), que se considera constante para simplificar el cálculo, y

V es el volumen útil del tanque (3000 L).

La Ecuación 2 se puede reordenar dando lugar a la Ecuación 3:

$$A - B \cdot T_s + B \cdot T_{ref} + \dot{q} = C \cdot \frac{d}{dt}\left(T_s - T_{ref}\right) \qquad \text{(Ec. 3)}$$

Donde A, B y C son las siguientes constantes:

$$A = \rho \cdot \dot{V}_{e1} \cdot c_P\left(T_e - T_{ref}\right) + \rho \cdot \dot{V}_{e2} \cdot c_P\left(T_e - T_{ref}\right)$$

$$B = \rho \cdot \dot{V}_s \cdot Cc_P$$

$$C = \rho \cdot V \cdot c_v$$

La Ecuación 3 también puede simplificarse en la siguiente Ecuación 4:

$$D - B \cdot T_s = C \cdot \frac{dT_s}{dt} \qquad \text{(Ec. 4)}$$

donde D es la siguiente constante:

$$D = A + B \cdot T_{ref} + \dot{q}$$

La Ecuación 4 es una ecuación diferencial ordinaria que tiene la solución analítica reflejada en la Ecuación 6, tras integrarla como se indica en la Ecuación 5 con las siguientes condiciones de contorno: para t=0, $T_s=T_0$ y para t=t, $T_s=T_s$:

$$\frac{1}{C}\int_0^t dt = \int_{T_0}^{T_s} \frac{dT_s}{D - B \cdot T_s} \qquad \text{(Ec. 5)}$$

$$T_s = \frac{1}{B} \cdot \left[D - \left(D - B \cdot T_0\right) \cdot \exp\left(-\frac{B}{C} \cdot t\right)\right] \qquad \text{(Ec. 6)}$$

Donde en nuestro ejemplo estudiado, T_0 serán los 22 °C del agua al inicio del proceso.

La Ecuación 6 permite calcular diferentes perfiles de temperatura con el tiempo en función del calor suministrado por la resistencia eléctrica del tanque.

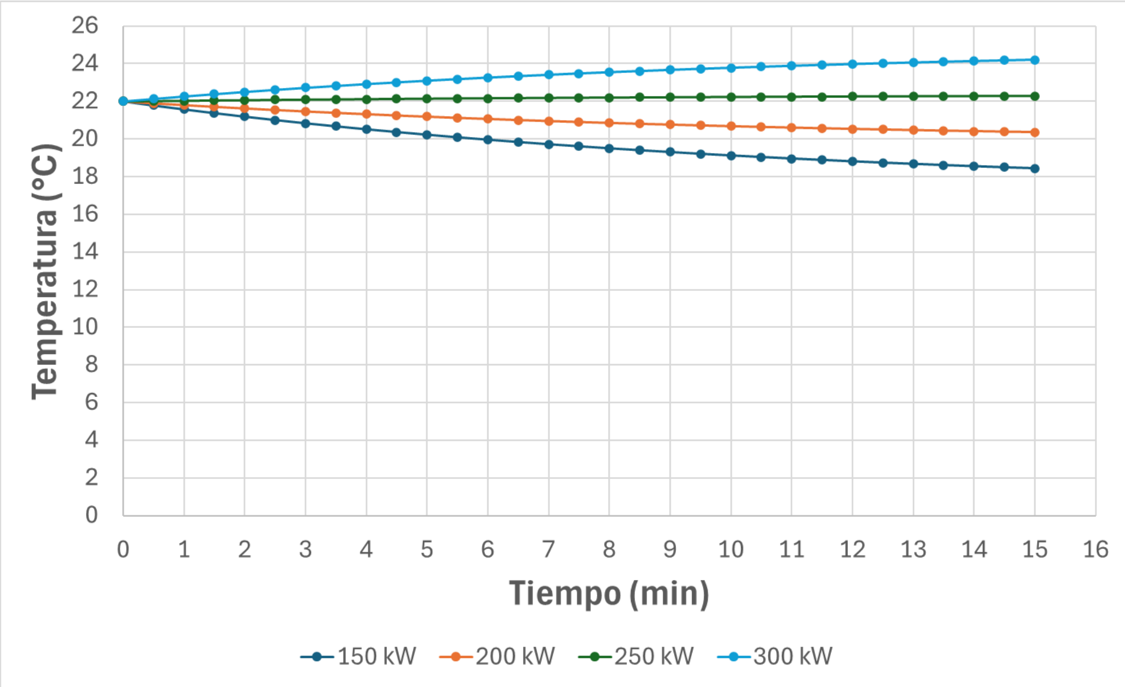


Figura 1. Temperatura de salida del agua del tanque durante los 15 min de operación de la ducha.

La Figura 1 muestra los perfiles de temperatura calculados con esta ecuación para diferentes potencias de entre 150 y 300 kW. Se observa como si se suministran 150 o 200 kW, la potencia calorífica no es suficiente para alcanzar 22 °C en la corriente de salida durante los 15 min en los que la ducha debe operar. Por el contrario, utilizando 300 kW el calor transferido es excesivo y la temperatura del agua empieza a aumentar con el tiempo de manera paulatina. **Una resistencia de 250 kW cumpliría con las garantías de proceso según estos cálculos**, mantenido siempre el suministro de agua a 22 °C.

Es posible que viendo esta gráfica te estés preguntando. Vale, esa es la operación durante 15 min, pero ¿cómo evoluciona el sistema? ¿Cuál es la temperatura que puede alcanzar el sistema a tiempos mayores? ¿Se llegaría a estabilizar? La respuesta es que sí. Si el sistema se mantiene en operación durante el tiempo suficiente se alcanzará el estado estacionario, en el que la temperatura del agua de salida se mantendrá constante independientemente del tiempo de funcionamiento. El estado estacionario puede calcularse como el límite cuando el tiempo tiende a infinito de la Ecuación 6, resultado en la Ecuación 7:

$$T_s = \frac{D}{B} \qquad \text{(Ec. 7)}$$

Por lo tanto, considerando resistencias eléctricas de 150, 200, 250 y 300 kW, las temperaturas alcanzadas en el estado estacionario oscilarán entre 17,3 y 24,9 °C, tal y como se muestra en la Tabla 1, siendo estas las temperaturas máximas alcanzables en la corriente de salida del sistema.

Tabla 1. Temperatura del agua de salida en el estado estacionario en función de la potencia de la resistencia eléctrica del tanque.

Potencia (kW)	Temperatura (°C)
150	17,3
200	19,8
250	22,4
300	24,9

A lo mejor también estás pensando: este modelo es muy fácil porque mantiene el volumen en el tanque constante. ¿Qué ocurre si lo flujos de entrada de agua son diferentes de los de salida y el tanque comienza a llenarse o vaciarse cuando la ducha entra en funcionamiento? Pues también ese escenario es abordable. Solo hay que volver al modelo de la Ecuación 2 y considerar un volumen variable.

Vamos a suponer que hemos instalado la resistencia de 250 kW y se interrumpe el caudal de la corriente 2, de manera que solo entran al tanque 9 m^3/h a 5 °C. Como el caudal de salida es de 17 m^3/h, el tanque se irá vaciando conforme la ducha está en operación hasta vaciarse por completo si el tiempo es lo suficientemente largo. Como en este ejemplo los caudales de agua son constantes, el volumen de agua en el interior del tanque puede expresarse en función del tiempo como se muestra en la Ecuación 8:

$$V = V_0 + (\dot{V}_{e1} - \dot{V}_s) \cdot t \qquad \text{(Ec. 8)}$$

donde:

V_0 es el volumen del tanque al inicio del proceso en m^3, y

t es el tiempo expresado en s.

Si la Ecuación 8 se integra en la Ecuación 2, puede obtenerse la expresión mostrada en la Ecuación 9:

$$\rho \cdot \dot{V}_{e1} \cdot C_P\left(T_e - T_{ref}\right) - \rho \cdot \dot{V}_s \cdot C_P\left(T_s - T_{ref}\right) + \dot{q} = \frac{d}{dt}\left[\rho \cdot \left(V_0 + (\dot{V}_{e1} - \dot{V}_s) \cdot t\right) \cdot C_v \cdot \left(T_s - T_{ref}\right)\right] \qquad \text{(Ec. 9)}$$

Esta ecuación se puede simplificar, resultando en la Ecuación 10:

$$E - F\left(T_s - T_{ref}\right) - \rho \cdot C_v \left[(\dot{V}_{e1} - \dot{V}_s)(T_s - T_{ref}) + \left(V_0 + (\dot{V}_{e1} - \dot{V}_s) \cdot t\right)\frac{dT_s}{dt}\right] = 0 \qquad \text{(Ec. 10)}$$

Donde:

$$E = \rho \cdot \dot{V}_{e1} \cdot C_P\left(T_e - T_{ref}\right) + \dot{q}$$

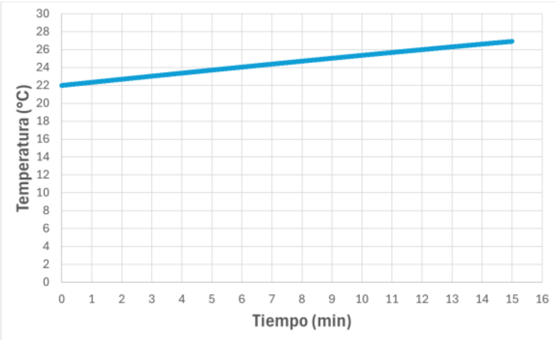
$$F = \rho \cdot \dot{V}_s \cdot C_P$$

Esta ecuación es algo más compleja que la obtenida el ejemplo anterior. Se trata de una ecuación diferencial no lineal de primer orden y se puede recurrir a métodos numéricos para resolverla. En concreto, nuestra propuesta es resolverla mediante el método de diferencias finitas. Para ello es necesario primero discretizar la Ecuación 10, por ejemplo, utilizando un esquema fuertemente implícito, donde la aproximación de la derivada es un atraso temporal. Esto permite transformar la expresión a la aproximación mostrada en la Ecuación 11.

$$E - F\left({T_s}^{n+1} - T_{ref}\right) - \rho \cdot C_v \left[(\dot{V}_{e1} - \dot{V}_s)\left({T_s}^{n+1} - T_{ref}\right) + \left(V_0 + (\dot{V}_{e1} - \dot{V}_s) \cdot t^{n+1}\right)\frac{T_s^{n+1} + T_s^{n}}{t^{n+1} - t^{n}}\right] = 0 \qquad \text{(Ec. 11)}$$

No es uno de los métodos de análisis más precisos porque implica un error de discretización de orden 1, lo que significa que el error de truncamiento o discretización es de orden del paso temporal utilizado, es decir, de t^{n+1}-t^n. Pero para el tipo de ecuación a resolver puede ser suficiente, especialmente considerando pasos temporales pequeños.

La Ecuación 11 debe resolverse nodo a nodo a nodo en todo el dominio temporal que va de los 0 a los 15 min, planteando la resolución de una ecuación algebraica no lineal para cada valor de t. Otra opción es plantear un sistema de ecuaciones no lineales. En cualquier caso, las condiciones iniciales serán que para t=0, T_s=T0, y para resolverlo se pueden utilizar las funciones fzero o fsolve de Marlab u Octave.



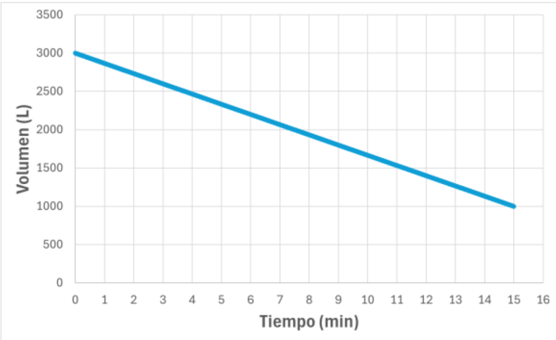


Figura 2. Temperatura de salida del agua del tanque(izquierda) y variación del volumen del mismo (derecha) durante los 15 min de operación de la ducha cunado hay instalada una resistencia de 250 kW y se interrumpe la segunda entrada de agua.

La Figura 2 muestra la solución de la ecuación diferencial utilizando un paso temporal de 1 segundo. La figura muestra como el tanque ha perdido 2000 L de agua durante la operación de las duchas durante 15 min. Respecto a la temperatura del agua a la salida, esta aumenta progresivamente hasta alcanzar casi 27 °C al final del proceso. Esto se debe a que el calor aportado por la resistencia es algo excesivo para la pérdida de volumen de agua en el tanque. En cualquier caso, el valor final de temperatura del agua solo es ligeramente superior al óptimo de la norma (25 °C), y queda todavía muy lejos de los 37 °C que marcan el máximo alcanzable.

CONCLUSIÓN

Como conclusión, en este artículo técnico hemos visto cómo hacer un balance de energía en estado transitorio a un tanque calefactado mediante una resistencia eléctrica. Las ecuaciones a resolver pueden volverse complejas según el caso de estudio, pero con la filosofía "complex to easy" de SISTEMIZA, el modelo se vuelve abordable, manteniendo un orden y una estructura adecuados que permitan llevar el problema a una solución fácil de resolver.